ZfSÖ
ZEITSCHRIFT FÜR SOZIALÖKONOMIE
ONLINE

Die optimale Allokation der goldenen Regel

Norbert Olah, Thomas Huth & Dirk Löhr

ONLINE 22.02.2021

58. Jahrgang 2021
Herausgeber + Copyright: Stiftung für Reform der Geld- und Bodenordnung
in Zusammenarbeit mit der Sozialwissenschaftlichen Gesellschaft 1950 e.V.
Kontakt: Dipl. Ökonom Werner Onken — verantwortlich —
Weitzstr. 15, 26135 Oldenburg | Telefon: 0441-36 111 797 [AB]
E-Mail: onken@sozialoekonomie.info
Text/Bildbearbeitung: Vlado Plaga

Die goldene Regel der Kapitalakkumulation (*Allais-Theorem*) ist eine notwendige Bedingung für einen optimalen Wachstumspfad. Das reale Zinsniveau muss sich an die Wachstumsrate des Kapitalstocks anpassen (Allais 1947, Phelps 1961, von Weizsäcker 1962, Stiglitz & Uzawa 1969, Solow 1971, Löhr 1988 & 2010, Huth 1989, 2001 & 2002, Acemoglu 2009). Mit der goldenen Regel wird eine zusätzliche Gleichung in die makroökonomischen Modelle eingeführt – mit weitreichenden Konsequenzen.

Die goldene Regel ermöglicht sehr spezifische Aussagen über optimale Wirtschaftsprozesse. Aus den Optimierungskriterien lassen sich gewisse Abhängigkeiten zwischen der *Verwendung* und *Verteilung* des Volkseinkommens ableiten. Die optimale Allokation der goldenen Regel umfasst eine optimale Verwendung in den einzelnen *Sektoren* (*Konsum* und *Investition*) und eine optimale Verteilung auf die einzelnen *Faktoren* (*Arbeit* und *Kapital*). Darüber hinaus ergeben sich vielfältige *Austauschrelationen* zwischen den Faktoren und Sektoren. Die *Produktionsentscheidungen* der Unternehmen und die *Sparentscheidungen* der Haushalte sind eng verknüpft mit bestimmten Austauschprozessen zwischen den Sektoren und Faktoren. Die Sektoren produzieren auf bestimmten Aktivitätsniveaus, um eine optimale Mengenstruktur und eine optimale Verteilung der Werte auf die Faktoren zu realisieren.

Der optimale Wirtschaftsprozess impliziert eine optimale und leistungsgerechte Aufteilung des Volkseinkommens auf die Produktionsfaktoren Arbeit und Kapital. Auf einem optimalen Wachstumspfad entspricht das *Arbeitseinkommen* dem *Konsum* und das *Kapitaleinkommen* der *Investition*. Diese optimale Allokation ist ausbeutungsfrei (Huth 2001). *Effizienz* und *Gerechtigkeit* sind gleichbedeutend und nicht etwa Widersprüche. Wenn die goldene Regel mit einem optimalen Zinsniveau auch eine optimale und gerechte Einkommensverteilung festgelegt, kann der Klassenkampf der Produktionsfaktoren Arbeit gegen Kapital abgesagt werden.

Maurice Allais (1947) gelang die erste theoretisch strenge Formulierung der goldenen Regel als normatives Theorem der optimalen Allokation. Die optimale Allokation kann aber auch als Ergebnis des Wettbewerbs, also als Bestandteil der *positiven* (und nicht nur *normativen*) Allokationstheorie begriffen werden (Huth 1989 & 2001). Es kann gezeigt werden, dass sich die optimale Allokation der goldenen Regel unter Wettbewerbsbedingungen als *Wettbewerbsgleichgewicht* einstellt (Huth 2001). Für die Stabilität des Wachstumsgleichgewichts werden *Stabilitätskriterien* angegeben. Wie sich herausstellen wird, ist es für die Stabilität des Gleichgewichts entscheidend, dass die Zinsen empfindlich genug auf Investitionen reagieren.

Im Folgenden wird ein *Wachstumsmodell* mit zwei *Produktionsfaktoren* (*Arbeit* und *Kapital*) und zwei *Produktionssektoren* (*Konsumgüter* und *Kapitalgüter*) entwickelt. Unternehmerlöhne werden stillschweigend als Arbeitseinkommen aufgefasst. Risikoprämien und Inflationseffekte bleiben unberücksichtigt. Auch die Bodenrenten bleiben hier außen vor.

Die goldene Regel der Kapitalakkumulation kann netto wie brutto formuliert werden, d.h. mit oder ohne Abschreibungen bzw. Ersatzinvestitionen. Wir verwenden hier überwiegend die Bruttovariante. Zur besseren Übersicht werden zunächst alle wichtigen Aspekte zusammengefasst.

Wachstum und Sättigung

Der *optimale Wachstumspfad* ist definiert durch das *Gewinnmaximum* und das *Konsummaximum*. Die *Gewinnmaximierung* der Unternehmen bedeutet einen maximal effizienten Einsatz der Produktionsfaktoren *Arbeit* und *Kapital* im Produktionsprozess und sollte nicht mit Profitgier verwechselt werden. *Konsummaximierung* heißt nicht Konsumfetischismus, sondern nur, dass *Konsumgüter* und *Investitionsgüter* in einem optimalen Verhältnis hergestellt werden. *Optimales Wachstum* bedeutet also nicht endlose Produktionssteigerung als Selbstzweck, sondern eine *optimale Kapitalakkumulation* bis in die Sättigung des Bedarfs hinein. Auch wenn das Gewinnmaximum bei null liegt, soll die Effizienz erhalten bleiben.

Der Realzins ist ein Knappheitsindikator für Sachkapital und muss folglich mit der Knappheit verschwinden. Ein zu hoher Zinssatz kann die Volkswirtschaft daran hindern, ein Sättigungsgleichgewicht zu erreichen. Wenn das Zinsniveau dagegen stets der gesamtwirtschaftlichen Rentabilität folgt, kann es keinen dauerhaften *Zinseszinseffekt* geben, der das System in eine *Schuldenfalle* treiben könnte. Es gibt keinen „unausweichlichen Wachstumszwang“. Denn auf einem optimalen Wachstumspfad wird auch das *Nullwachstum* (oder sogar Schrumpfung) ein erlaubter, unproblematischer und stabiler Systemzustand. Ein *Nullzinsniveau* ermöglicht langfristige Investitionen und ein nachhaltiges Wirtschaften ohne unnötige Abzinsung der Zukunft.

Ein funktionierender Wettbewerb wird eine Marktwirtschaft auf ihren optimalen Wachstumspfad führen. Im Wettbewerbsgleichgewicht werden alle Gewinne wegkonkurriert und es bleiben nur noch die optimalen Faktoreinkommen, die sich an der Grenzproduktivität der Faktoren orientieren. Im Sättigungsgleichgewicht verschwinden mit dem Zins auch die Nettokapitaleinkommen und das ganze Volkseinkommen besteht nur noch aus Arbeitseinkommen. Wer umgekehrt andere ausbeuten und sich dem Gesetz der fallenden Profitrate widersetzen will, muss das Gleichgewicht stören und den Wettbewerb außer Kraft setzen.

Ein marktwirtschaftlich organisiertes Wettbewerbssystem wird genau die optimale Allokation der goldenen Regel hervorbringen. Ein solches Ergebnis steht im Einklang mit dem Credo der Neoklassik, dass ökonomisch rationales Verhalten unter Wettbewerbsbedingungen zum allgemeinen Besten führen wird. In der neoklassischen Theorie wird allerdings die *Neutralität des Geldes* vorausgesetzt, die aber als notwendige Bedingung für effiziente Marktprozesse in der Realität erst hergestellt werden muss. Zu einer neutralen Liquidität gehört neben dem optimalen Zinssatz auch eine *optimale Zinsstruktur*, die sich aus dem *Wachstumsoptimum* zusammen mit dem *Portfoliooptimum* ergibt (Löhr & Jenetzky 1996, Löhr 2000, Olah, Huth & Löhr 2010, Olah & Löhr 2015).

Effizienz und Allokation

Das *Volkseinkommen* entsteht durch *Produktion* und Verkauf von Gütern im weitesten Sinne. Das einfachste Modell mit zwei Sektoren unterscheidet *Konsumgüter* und *Investitionsgüter*. Investitions- oder Kapitalgüter sind Güter, mit denen man weitere Güter produzieren kann. Konsumgüter sind dagegen direkt für den Verbrauch oder die Nutzung bestimmt:

- Die *Konsumgüterindustrie* produziert *Konsumgüter* für die *Konsumtion*.
- Die *Kapitalgüterindustrie* produziert *Kapitalgüter* für die *Produktion*.

Die Menge der Kapitalgüter bildet den *Kapitalstock* einer Volkswirtschaft. Der Kapitalstock kann sich durch *Investitionen* vergrößern oder auch verbessern. In der Folge können dann mit dem zusätzlichen Sachkapital mehr oder bessere Konsumgüter oder auch weitere Investitionsgüter produziert werden:

$$\textit{Wachstumsrate des Kapitalstocks} = \textit{Investition} \;/\; \textit{Kapitalstock}$$

Die *Wachstumstheorie* untersucht das Wachstum des Kapitalstocks und die optimale Aufteilung der Produktion auf Konsum- und Investitionsgüter (Solow 1971, Acemoglu 2009):

$$\textit{Güterangebot}: \textit{Produktion} = \textit{Konsumgüter} + \textit{Kapitalgüter}$$

Das Volkseinkommen wird verwendet für den *Konsum* und die *Ersparnis*:

$$\textit{Güternachfrage}: \textit{Volkseinkommen} = \textit{Konsum} + \textit{Ersparnis}$$

In einem *Gütermarktgleichgewicht* ist Sparen gleichbedeutend mit Investieren. Ersparnis ist Nachfrage nach Investitionsgütern. Mit dem Volkseinkommen werden also entweder Konsumgüter oder Kapitalgüter nachgefragt:

$$\textit{Gütermarktgleichgewicht}: \textit{Angebot} = \textit{Nachfrage} \Rightarrow \textit{Sparen} = \textit{Investieren}$$

Die bei der Produktion eingesetzten *Produktionsfaktoren* sind *Arbeit* und *Kapital*. Die *Faktorpreise* sind das *Lohnniveau* und das *Zinsniveau*. Die Produktionsfaktoren werden mit ihren *Faktoreinkommen* entlohnt. Das Faktoreinkommen errechnet sich aus Faktorpreis und *Faktoreinsatz*:

$$\textit{Arbeitseinkommen} = \textit{Lohnsatz} \cdot \textit{Arbeit}$$

$$\textit{Kapitaleinkommen} = \textit{Zinssatz} \cdot \textit{Kapital}$$

Die Faktoreinkommen bilden zusammen das Volkseinkommen. Das Volkseinkommen wird verteilt als *Arbeitseinkommen* und *Kapitaleinkommen*:

$$\textit{Volkseinkommen} = \textit{Arbeitseinkommen} + \textit{Kapitaleinkommen}$$

Ein maximal effizienter Einsatz der Produktionsfaktoren in der Produktion ist durch das *Gewinnmaximum* der Unternehmen charakterisiert:

$$\textit{Gewinn} = \textit{Ertrag} - \textit{Kosten}$$

$$\textit{Gewinnmaximum}: \textit{Grenzkosten} = \textit{Grenzertrag}$$

Jeder Produktionsfaktor wird mit seinem *Grenzprodukt* entlohnt:

$$\textit{Gewinnmaximum}: \textit{Faktorentlohnung} = \textit{Grenzprodukt}$$

Für die Produktionsfaktoren Arbeit und Kapital bedeutet dies:

$$Lohnsatz = Grenzproduktivität\ der\ Arbeit$$

$$Zinssatz = Grenzproduktivität\ des\ Kapitals$$

Bei einem effizienten Produktionsprozess werden mit möglichst wenigen Kapitalgütern möglichst viele Konsumgüter produziert. In einem *Konsummaximum* entspricht die *Sparquote* der *Produktionselastizität des Kapitals*:

$$Konsummaximum: Sparquote = Produktionselastizität\ des\ Kapitals$$

$$Produktionselastizität\ des\ Kapitals = Grenzproduktivität\ /\ Kapitalproduktivität$$

Die *goldene Regel der Kapitalakkumulation* liefert eine notwendige Bedingung für *optimales Wachstum* mit maximalem Konsum und maximalen Gewinnen. Das Zinsniveau muss sich an die Wachstumsrate des Kapitalstocks anpassen (Allais 1947, Phelps 1961, von Weizsäcker 1962, Solow 1971, Huth 1989, 2001 & 2002, Acemoglu 2009):

$$Wachstumsoptimum: Zinsniveau = Wachstumsrate\ des\ Kapitalstocks$$

Im langfristigen Sättigungsgleichgewicht mit Nullwachstum sinkt der Zinssatz auf null:

$$Sättigungsgleichgewicht: Zinsniveau = Wachstumsrate = 0$$

Der Zins ist hier eine *Knappheitsprämie*, ein Indikator für die Knappheit von Sachkapital. Wachstum bedeutet Knappheitsminderung. Im Sättigungsgleichgewicht verschwindet die Knappheitsprämie zusammen mit der Knappheit. In der Wachstumsphase beschränkt ein hoher Zinssatz die Investitionen auf die dringlichsten und rentabelsten, während in der Sättigungsphase auch weniger rentable Investitionen durchgeführt werden. Die goldene Regel beschreibt einen maximal effizienten Wachstumsprozess bis in die Sättigung. Nullwachstum (oder sogar Schrumpfung) wird ein erlaubter, stabiler und unproblematischer Systemzustand.

Mit dem optimalen Zinsniveau ist nun auch eine optimale Verteilung des Volkseinkommens zwischen Arbeit und Kapital festgelegt. Auf einem optimalen Wachstumspfad entspricht das *Arbeitseinkommen* dem *Konsum* und das *Kapitaleinkommen* der *Investition*. Die Maximierung des Konsums im Verhältnis zur Investition ist also gleichbedeutend mit einer Maximierung des Arbeitseinkommens und einer Minimierung des Kapitaleinkommens:

$$Arbeitseinkommen = Konsum \Rightarrow Lohnquote = Konsumquote$$

$$Kapitaleinkommen = Investition \Rightarrow Kapitalquote = Sparquote$$

Die optimalen Faktorpreise sind damit ebenfalls bestimmt:

$$Lohnsatz = Konsumquote \cdot Arbeitsproduktivität$$

$$Zinssatz = Sparquote \cdot Kapitalproduktivität$$

Technischer Fortschritt und *kreative Innovationen* erhöhen die Kapitalproduktivität und die Arbeitsproduktivität, sodass das Sozialprodukt prinzipiell auch bei niedrigen Sparquoten wachsen kann, ohne dass der Kapitalstock entsprechend wachsen muss:

$$Sozialprodukt = Kapitalproduktivität \cdot Kapitalstock$$

$$Wachstumsrate\ des\ Kapitalstocks = Sparquote \cdot Kapitalproduktivität$$

Aus dem optimalen Einkommensverhältnis resultiert eine fundamentale *Austauschrelation* zwischen den Produktionsfaktoren Arbeit und Kapital. Jedem *Konsum aus Kapitaleinkommen* steht eine gleich hohe *Ersparnis aus Arbeitseinkommen* gegenüber (Huth 2001):

$$Konsumquote \cdot Kapitaleinkommen = Sparquote \cdot Arbeitseinkommen$$

Weil aber Sparen eine Nachfrage nach Kapitalgütern bedeutet, werden Konsumgüter gegen Kapitalgüter getauscht. Damit kann sich die „Kapitalistenklasse“ nicht ohne Gegenleistung Konsumgüter auf Kosten der „Arbeiterklasse“ aneignen, sondern muss der Arbeiterschaft seine Kapitalgüter dafür hergeben. Bei optimaler Kapitalakkumulation kann es also keine „Ausbeutung der Arbeitskraft“ geben. Eine Ausbeutung der Arbeit im Sinne von Marx ist nur bei Abweichungen vom optimalen Wachstumspfad möglich. Der optimale Wirtschaftsprozess ist dagegen ausbeutungsfrei. Die Differenz zwischen Zinssatz und Wachstumsrate ist ein Maß für den Abstand vom Wachstumsoptimum, aber auch für die Ungerechtigkeit der Verteilung.

Wenn die Konsum- und Sparquoten aus Arbeits- und Kapitaleinkommen, aber auch in der Konsumgüter- und Kapitalgüterindustrie jeweils unterschiedlich sein können, bekommt man in einem differenzierteren Modell entsprechend spezifischere *Austauschrelationen*: Um sich mit Konsumgütern zu versorgen, muss der Kapitalsektor seine Kapitalgüter gegen Konsumgüter eintauschen. Die *Konsumgüternachfrage des Kapitalsektors* entspricht der *Kapitalgüternachfrage des Konsumsektors*. Das *Kapitalein-*

kommen in der Konsumgüterindustrie ist genauso groß wie das *Arbeitseinkommen in der Kapitalgüterindustrie*. Die *optimale Faktorpreisrelation* zwischen *Lohniveau* und *Zinsniveau* ist durch das Verhältnis von *Arbeitseinsatz in der Kapitalgüterproduktion* und *Kapitaleinsatz in der Konsumgüterproduktion* gegeben.

Die *optimale Allokation* der goldenen Regel umfasst den effizienten Einsatz der Produktionsfaktoren, die optimale Verteilung der Produktionsfaktoren auf die Industriesektoren und die optimale Verteilung des Volkseinkommens auf die Produktionsfaktoren. Darüber hinaus hat die goldene Regel eine *Angleichung der Faktorpreise* in den verschiedenen Sektoren zur Folge. Insbesondere hat man eine Tendenz zur *Angleichung der Löhne*, insoweit die Arbeit als substituierbar angenommen werden kann.

Ersparnisse lassen die *Geldvermögen* anwachsen, Investitionen das *Sachvermögen*. Das Sachvermögen ist der reale *Reichtum* einer Volkswirtschaft. Ein *Wertpapier* repräsentiert die *Sachwerte*. Im Idealfall wächst das Geldvermögen im Gleichschritt mit dem Sachvermögen. In einer Wachstumsphase ist das exponentielle Wachstum der Vermögen mit Zinseszinsformel optimal und erwünscht, in einer Sättigungsphase muss der Zinssatz dagegen sinken und die Geldvermögen dürfen nicht weiter wachsen. Für eine optimale Entwicklung der finanziellen Größen *Geld*, *Kredit* und *Vermögen* ergeben sich die folgenden Faustregeln:

Geldversorgung: *Liquiditätsvolumen* ~ *Transaktionsvolumen*

Kreditversorgung: *Kreditvolumen* ~ *Kapitalstock*

Vermögensbildung: *Geldvermögen* ~ *Sachvermögen*

Sparen und Investieren

Das *Volkseinkommen* Y entsteht durch Produktion und Verkauf der *Konsumgüter* C und der *Investitionsgüter* I, wird verteilt als *Arbeitseinkommen* W und als *Kapitaleinkommen* Q, und wird verwendet für den *Konsum* C und die *Ersparnis* S:

Einkommensentstehung: $Y = C + I$

Einkommensverwendung: $Y = C + S$

Einkommensverteilung: $Y = W + Q$

In einem Gütermarktgleichgewicht gilt $Sparen = Investieren$:

$$Gleichgewicht\colon\ S = I$$

Sparen bedeutet also lediglich, eine Nachfrage nach *Konsumgütern* durch eine Nachfrage nach *Investitionsgütern* zu ersetzen. Der Sparer ermöglicht damit die Produktion von Investitionsgütern, die den Kapitalstock vergrößern oder auch verbessern. In der Folge können dann mit dem zusätzlichen Sachkapital mehr oder bessere Konsumgüter oder auch weitere Investitionsgüter produziert werden.

Wenn der Sparer seine Ersparnisse später wieder für den Konsum verwenden möchte, muss er die Kapitalgüter wieder gegen Konsumgüter eintauschen. Für diesen Rücktausch braucht der Sparer einen Tauschpartner, der seinen Anspruch auf Konsumgüter gegen einen Anteil am Kapitalstock einzutauschen bereit ist:

$$Sparen\colon\ Konsumgüter \rightarrow Kapitalgüter$$

$$Entsparen\colon\ Kapitalgüter \rightarrow Konsumgüter$$

Das *Geldsystem* stellt lediglich die Liquidität zur Verfügung, mit der diese Transaktionen abgewickelt werden können. In der Regel wird der Sparer die Kapitalgüter nicht selbst bewirtschaften, sondern nur eine Rückforderung als Wertpapier im Portfolio halten. Die Ersparnisse werden über ein *Kreditsystem* an Unternehmen vermittelt, die mit den Kapitalgütern weitere Güter produzieren. Sparen bedeutet notwendig den Erwerb von *Sachkapital*. Damit stellt sich die Frage nach der Höhe der Kapitaleinkommen und der *Sachkapitalrendite*.

Produktionsfaktoren

Der Einsatz der Produktionsfaktoren *Arbeit* A und *Kapital* K in einem Produktionsprozess $Y(A, K)$ kann durch folgende Faktorproduktivitäten charakterisiert werden:

$$\textit{Arbeitsproduktivität:} \quad a = \frac{Y}{A}$$

$$\textit{Kapitalproduktivität:} \quad b = \frac{Y}{K}$$

Der Kehrwerte der Arbeitsproduktivität und der Kapitalproduktivität werden als *Arbeitskoeffizient* A/Y bzw. *Kapitalkoeffizient* K/Y bezeichnet. Mit $a \cdot A = b \cdot K$ ergeben sich folgende Faktoreinsatzverhältnisse oder Intensitäten:

$$\textit{Arbeitsintensität:}\ \frac{A}{K} = \frac{b}{a}$$

$$\textit{Kapitalintensität:}\ \frac{K}{A} = \frac{a}{b}$$

Das Volkseinkommen Y spaltet sich auf in *Arbeitseinkommen* W und *Kapitaleinkommen* Q. Der Preis der Arbeit ist der *Reallohnsatz* w und der Preis des Kapitals der *Realzinssatz* r:

$$\textit{Volkseinkommen:}\ \ Y = W + Q$$

$$\textit{Arbeitseinkommen:}\ \ W = w \cdot A$$

$$\textit{Kapitaleinkommen:}\ \ Q = r \cdot K$$

Die *Lohnquote* LQ und die *Kapitalquote* KQ geben die prozentualen Anteile des Arbeitseinkommens bzw. des Kapitaleinkommens am Volkseinkommen an:

$$\textit{Lohnquote:}\ LQ = \frac{W}{Y} = \frac{w \cdot A}{Y} = \frac{w}{a}$$

$$\textit{Kapitalquote:}\ KQ = \frac{Q}{Y} = \frac{r \cdot K}{Y} = \frac{r}{b}$$

Lohnquote und Kapitalquote ergänzen sich zu eins: $LQ + KQ = 1$.

Optimale Produktion

Die Unternehmen setzen die Produktionsfaktoren Arbeit A und Kapital K effizient ein, wenn sie ihre Gewinne maximieren:

$$\textit{Gewinn} = \textit{Ertrag} - \textit{Kosten}$$

$$\textit{Gewinnmaximum}:\ \textit{Grenzkosten} = \textit{Grenzertrag}$$

Der Ertrag ergibt sich aus dem Verkauf der Produktion $Y(A, K)$. Die Produktionskosten sind die *Lohnkosten* $W = w \cdot A$ und die *Kapitalkosten* $Q = r \cdot K$. Der *Gewinn* R

ist folglich:

$$\textit{Gewinn}: R = Y - W - Q = Y - w \cdot A - r \cdot K$$

Die notwendigen Bedingungen für ein Gewinnmaximum liefern Zusammenhänge zwischen den Grenzproduktivitäten der Produktionsfaktoren und den Faktorpreisen:

$$\frac{\partial R}{\partial A} = 0 \Rightarrow \frac{\partial Y}{\partial A} = w$$

$$\frac{\partial R}{\partial K} = 0 \Rightarrow \frac{\partial Y}{\partial K} = r$$

Eine gewinnoptimale Produktion ist also dadurch charakterisiert, dass jeder Produktionsfaktor mit seinem Grenzprodukt entlohnt wird. Der Lohnsatz entspricht der Grenzproduktivität der Arbeit, der Zinssatz der Grenzproduktivität des Kapitals:

$$\textit{Grenzproduktivität der Arbeit: } w = \frac{\partial Y}{\partial A}$$

$$\textit{Grenzproduktivität des Kapitals: } r = \frac{\partial Y}{\partial K}$$

Der Ertrag $Y = C + I$ der Unternehmen entsteht als Verkaufserlös aller Konsum- und Investitionsgüter. Das Volkseinkommen $W + Q = C + S$ wird wiederum für den Konsum oder als Ersparnis verwendet. Gewinne bedeuten damit Abweichungen vom Gütermarktgleichgewicht. Um Gewinne zu realisieren, müssen die Investitionen die Ersparnisse übersteigen:

$$\textit{Gewinn}: R = Y - W - Q = Y - C - S = I - S$$

Gesamtwirtschaftlich kann es keinen Gewinn geben, ohne das Gütermarktgleichgewicht zu verletzen. Unter Wettbewerbsbedingungen werden die Marktkräfte die Abweichungen beseitigen und den Markt zurück ins Gleichgewicht bringen. Der Wettbewerb lässt Gewinne verschwinden. Im Gleichgewicht kann es keine Gewinne mehr geben:

$$\textit{Gleichgewicht}: I = S \Rightarrow R = 0$$

Während die *Gewinnmaximierung* für eine effiziente Produktion *betriebswirtschaftlich* notwendig ist, ist *volkswirtschaftlich* eine *Gewinnminimierung* sinnvoll. Der Gewinn wird zwar maximiert, das gesamtwirtschaftliche Maximum ist aber null.

Optimales Wachstum

Ein effizienter Wirtschaftsprozess umfasst die Maximierung des Gewinns und des Konsums:

- Die *Gewinnmaximierung* sichert den effizienten Einsatz der Produktionsfaktoren *Arbeit* A und *Kapital* K in der Produktionsfunktion $Y(A, K)$.
- Die *Konsummaximierung* sichert eine effiziente Verteilung der Produktionskapazitäten auf *Konsumgüter* C und *Investitionsgüter* I im Wachstumsprozess.

Die Optimierung bezieht sich auf den optimalen Einsatz des Kapitalstocks in der Produktion und dessen optimales Wachstum. Durch die Investitionen I wächst der Kapitalstock K mit der Wachstumsrate g:

$$\textit{Wachstumsrate des Kapitalstocks}: g = \frac{I}{K} \Rightarrow I = g \cdot K$$

Das Volkseinkommen $Y = C + S$ teilt sich auf in den Konsum C und die Ersparnis S. In einem Gütermarktgleichgewicht $I = S$ gilt:

$$Y = C + S = C + I \Rightarrow C = Y - I = Y - g \cdot K$$

Gesucht ist nun der Kapitalstock K, der den Gewinn R und den Konsum C maximiert:

$$\textit{Gewinn}: R = Y - w \cdot A - r \cdot K$$

$$\textit{Konsum}: C = Y - g \cdot K$$

Bei einer gewinnoptimalen Produktion ist die Grenzproduktivität des Kapitals $\partial Y/\partial K$ gleich dem *Realzinssatz* r und bei einem konsumoptimalen Wachstum gleich der

Wachstumsrate g des Kapitalstocks:

$$\textit{Gewinnmaximum}: \frac{\partial R}{\partial K} \Rightarrow \frac{\partial Y}{\partial K} = r$$

$$\textit{Konsummaximum}: \frac{\partial C}{\partial K} \Rightarrow \frac{\partial Y}{\partial K} = g$$

Damit folgt die *goldene Regel der Kapitalakkumulation* als notwendige Bedingung für einen optimalen Wachstumspfad mit maximalem Konsum und maximalem Gewinn (Allais 1947, Solow 1971, Huth 1989, 2001 & 2002, Acemoglu 2009). Auf einem optimalen Wachstumspfad muss sich der Realzinssatz r an die Wachstumsrate g des Kapitalstocks anpassen:

$$\textit{Wachstumsoptimum}: r = g$$

Abschreibungen

Bis hierher wurde die Wachstumstheorie in realen *Bruttogrößen* entwickelt. Man kann die goldene Regel aber auch in *Nettogrößen* aufschreiben. Wird der Kapitalstock mit der *Abschreibungsrate* δ abgeschrieben, sind zum Erhalt des Kapitalstocks K *Ersatzinvestitionen* $\delta \cdot K$ notwendig. Die *Bruttoinvestitionen* I setzen sich zusammen aus den *Nettoinvestitionen* I_n und den *Reinvestitionen* I_e:

$$\textit{Bruttoinvestitionen}: I = I_n + I_e = I_n + \delta \cdot K$$

$$\textit{Nettoinvestitionen}: I_n = I - I_e = I - \delta \cdot K$$

$$\textit{Ersatzinvestitionen}: I_e = I - I_n = \delta \cdot K$$

Die *Abschreibungen* $\delta \cdot K$ bedeuten einen Wertverlust des Kapitalstocks. Das wertmäßige Nettowachstum des Kapitalstocks wird durch die Nettoinvestitionen bestimmt:

$$\textit{Nettowachstum}: \dot{K} = g_n \cdot K = I_n \Rightarrow g_n = \frac{\dot{K}}{K}$$

Der *Nettowachstumsrate* g_n des Kapitalstocks entspricht nun die *Nettogrenzproduktivität* r_n des Kapitals (Phelps 1961, von Weizsäcker 1962, Stiglitz & Uzawa 1969, Löhr 1988 & 2010):

$$\textit{Nettowachstumsrate}: g_n = \frac{I_n}{K} = \frac{I}{K} - \delta = g - \delta$$

$$\textit{Nettogrenzproduktivität}: r_n = \frac{\partial Y}{\partial K} - \delta = r - \delta$$

Der Übergang von Bruttogrößen zu Nettogrößen ändert also nichts Wesentliches:

$$\textit{Goldene Regel}: r = g \Rightarrow r_n = g_n$$

Nullwachstum

Für eine stationäre Volkswirtschaft ergibt sich aus der goldenen Regel unmittelbar ein verschwindender Nettorealzins r_n. Der Bruttorealzins r entspricht dann genau der Abschreibungsrate δ:

$$\textit{Nullwachstum}: g_n = 0 \Rightarrow r_n = 0 \Rightarrow r = \delta$$

Der Zins ist hier eine *Knappheitsprämie*, ein Indikator für die Knappheit von Sachkapital. Wachstum ist Ausdruck eines Strebens nach Knappheitsminderung. Im Sättigungsgleichgewicht verschwindet die Knappheitsprämie zusammen mit der Knappheit. In der Wachstumsphase beschränkt ein hoher Zinssatz die Investitionen auf die dringlichsten und rentabelsten, während in der Sättigungsphase auch weniger rentable Investitionen durchgeführt werden. Die goldene Regel der Kapitalakkumulation beschreibt einen maximal effizienten Wachstumsprozess bis in die Sättigung hinein. Diesen optimalen Wirtschaftsprozess werden wir im Folgenden genauer analysieren und seine Stabilität untersuchen.

Optimale Sparquote

In einem Gütermarktgleichgewicht entspricht die *Sparquote* der *Investitionsquote*:

$$\textit{Gütermarktgleichgewicht}: I = S \Rightarrow \frac{I}{Y} = \frac{S}{Y} = s$$

Mit dem Kapitalstock K, den Investitionen $I = g \cdot K$ und dem Wachstumsoptimum

$r = g$ wird die optimale Sparquote gleich der *Produktionselastizität des Kapitals*:

$$s = \frac{S}{Y} = \frac{I}{Y} = \frac{g \cdot K}{Y} = \frac{r \cdot K}{Y} = \frac{\partial Y}{\partial K} \cdot \frac{K}{Y}$$

Eine *Elastizität* bezeichnet die relative Veränderung einer abhängigen Größe in Bezug auf die relative Änderung einer Einflussgröße. Die Produktionselastizität des Kapitals ist definiert als Verhältnis der *Grenzproduktivität* des Kapitals $\partial Y / \partial K = r$ zur *Kapitalproduktivität* $Y/K = b$:

$$\textit{Optimale Sparquote}: s = \frac{r}{b} = \frac{\partial Y}{\partial K} \cdot \frac{K}{Y}$$

Die *Konsumquote* $c = C/Y$ und *Sparquote* $s = S/Y$ ergänzen sich zu eins:

$$Y = C + S \Rightarrow c + s = 1$$

Um zu den entsprechenden Nettogrößen überzugehen, kann man auf beiden Seiten die Abschreibungen ABS abziehen. Mit dem Nettoeinkommen $Y_n = Y - ABS$ und der Nettoersparnis $S_n = S - ABS$ ergänzen sich die *Nettokonsumquote* $c_n = C/Y_n$ und die *Nettosparquote* $s_n = S_n/Y_n$ wieder zu eins:

$$Y_n = C + S_n \Rightarrow c_n + s_n = 1$$

Die optimale Nettosparquote ergibt sich aus dem realen Nettozinssatz:

$$\textit{Optimale Nettosparquote}: s_n = \frac{r_n}{b} = \frac{r - \delta}{b}$$

In einer Sättigungsphase sinkt das Nettozinsniveau r_n mit der Nettowachstumsrate g_n auf null. Die Nettosparquote wird s_n damit ebenfalls null und die Nettokonsumquote c_n eins:

$$\textit{Sättigungsphase:}\ g_n = 0 \Rightarrow r_n = 0 \Rightarrow s_n = 0 \Rightarrow c_n = 1$$

Eine Nettosparquote von null bedeutet nicht, dass niemand mehr spart, sondern dass sich Sparen und Entsparen gesamtwirtschaftlich die Waage halten. Im Durchschnitt gibt es keinen Bedarf, mehr zur arbeiten, um mehr zu konsumieren oder zu sparen. Die Bruttosparquote s muss nur noch die Abschreibungen δ ausgleichen, um den Kapitalstock zu erhalten:

$$\textit{Sättigungsphase: } s_n = 0 \Rightarrow s = \frac{\delta}{b}$$

Technischer Fortschritt

Technische Innovationen erhöhen die Kapitalproduktivität und die Arbeitsproduktivität. Die Kapitalproduktivität b ist definiert als Verhältnis der Produktionsmenge $Y(A, K)$ zum eingesetzten Kapitalstock K. Im Wachstumsoptimum $r_n = g_n$ ist die Kapitalproduktivität $b = Y/K$ über die Nettosparquote s_n mit der Nettowachstumsrate g_n des Kapitalstocks verknüpft:

$$\textit{Wachstumsoptimum}: g_n = s_n \cdot b$$

Für eine genauere Analyse benötigen wir die folgenden relativen Änderungsraten:

$$\textit{Nettowachstumsrate des Sozialprodukts}: y = \frac{\Delta Y}{Y}$$

$$\textit{Nettowachstumsrate des Kapitalstocks}: g_n = \frac{\Delta K}{K}$$

$$\textit{Produktivitätszuwachsrate des Kapitals}: \kappa = \frac{\Delta b}{b}$$

Durch logarithmische Ableitung erhält man aus $Y = b \cdot K$ mit diesen Abkürzungen:

$$\textit{Wirtschaftswachstum}: y = g_n + \kappa = s_n \cdot b + \kappa$$

Ein Wachstum des Sozialprodukts kann also mit einem Wachstum des Kapitalstocks oder mit Produktivitätssteigerungen einhergehen. Durch Produktivitätsfortschritte kann das Sozialprodukt prinzipiell auch bei niedrigen Sparquoten wachsen, ohne dass der Kapitalstock entsprechend mitwachsen muss. Bei konstanter Kapitalproduktivität

b wächst das Sozialprodukt im Gleichschritt mit dem Kapitalstock (vgl. Irmen 2018):

konstanter Kapitalstock: $g_n = 0 \Rightarrow y = \kappa$

konstante Produktivität: $\kappa = 0 \Rightarrow y = g_n$

Optimale Kapitalakkumulation

Im Wachstumsgleichgewicht entspricht das Nettokapitaleinkommen $Q_n = r_n \cdot K$ der Nettoersparnis S_n. Das Sachkapital K verzinst sich mit dem Nettozinssatz r_n und wächst mit der Nettowachstumsrate g_n:

Nettoersparnis: $S_n = r_n \cdot K$

Nettoinvestition: $I_n = g_n \cdot K$

Im Gleichgewicht ist wieder Sparen gleich Investieren:

Wachstumsoptimum: $r_n = g_n \Rightarrow S_n = I_n$

Sparen bedeutet ein *Wachstum des Vermögens V*. Investition bedeutet ein *Wachstum des Kapitalstocks K*. Bei einem optimalen Wachstumsprozess wächst das *Geldvermögen* im Gleichschritt mit dem *Sachvermögen*. Bis auf Integrationskonstanten gilt dann:

Geldvermögen: $\Delta V = S_n \Rightarrow V = \sum S_n$

Sachvermögen: $\Delta K = I_n \Rightarrow K = \sum I_n$

Gleichgewicht: $\Delta V = \Delta K \Rightarrow V = K$

In einer Wachstumsphase ist das exponentielle Wachstum der Vermögen mit Zinseszinsformel optimal und erwünscht, in einer Sättigungsphase muss der Zinssatz dagegen absinken und die Geldvermögen dürfen nicht weiter wachsen. Der Realzinssatz ist ein Maß für die Knappheit an Sachkapital. Das Kapitaleinkommen belohnt also nicht eine tugendhafte Sparsamkeit, sondern die Investition und die damit verbundene Knappheitsminderung zum Vorteil der Volkswirtschaft. In einer Sättigungsphase gibt es keine Knappheit mehr, deren Minderung belohnt werden müsste.

Optimale Einkommensverteilung

Das *Volkseinkommen* Y entsteht aus dem Verkauf der *Konsumgüter* C und *Investitionsgüter* I und wird verteilt als *Arbeitseinkommen* W und als *Kapitaleinkommen* Q:

$$\textit{Einkommensgleichung}: W + Q = C + I$$

Das Kapitaleinkommen errechnet sich aus dem realen *Zinsniveau* r und dem *Kapitalstock* K. Die *Wachstumsrate* g des Kapitalstocks ist durch die *Investitionen* bestimmt:

$$\textit{Kapitaleinkommen}: Q = r \cdot K$$

$$\textit{Investitionen}: I = g \cdot K$$

Für eine geschlossene Volkswirtschaft gelten damit folgende Beziehungen:

$$W + Q = C + I \Rightarrow W + r \cdot K = C + g \cdot K \Rightarrow C = W + (r - g) \cdot K$$

Auf einem optimalen Wachstumspfad wird das *Arbeitseinkommen* W dem *Konsum* C und das *Kapitaleinkommen* Q der *Investition* I entsprechen:

$$\textit{Optimale Einkommensverteilung}: r = g \Rightarrow W = C \wedge Q = I$$

Die Maximierung des Konsums ist also gleichbedeutend mit einer Maximierung des Arbeitseinkommens und einer Minimierung des Kapitaleinkommens. Im Gütermarktgleichgewicht ist das Kapitaleinkommen genauso groß wie die Ersparnisse. Konsum und Ersparnis hängen über die Konsumquote c bzw. Sparquote s mit dem Volkseinkommen zusammen:

$$\textit{Optimales Arbeitseinkommen}: W = C \Rightarrow w \cdot A = c \cdot Y$$

$$\textit{Optimales Kapitaleinkommen}: Q = S \Rightarrow r \cdot K = s \cdot Y$$

Aus den optimalen Faktoreinkommen ergibt sich ein Zusammenhang zwischen den optimalen Faktorpreisen und den Faktorproduktivitäten a und b:

$$\textit{Optimaler Lohnsatz}: w = c \cdot \frac{Y}{A} = c \cdot a$$

$$\textit{Optimaler Zinssatz}: r = s \cdot \frac{Y}{K} = s \cdot b$$

Im Wachstumsoptimum stimmt die Lohnquote LQ mit der Konsumquote c überein und die Kapitalquote KQ mit der Sparquote s:

$$\textit{Optimale Lohnquote}: LQ = \frac{W}{Y} = \frac{C}{Y} = c = \frac{w}{a}$$

$$\textit{Optimale Kapitalquote}: KQ = \frac{Q}{Y} = \frac{S}{Y} = s = \frac{r}{b}$$

Das Verhältnis der optimalen Faktoreinkommen kann in ein optimales Faktoreinsatzverhältnis und eine optimale Faktorpreisrelation umgerechnet werden:

$$\textit{Optimale Faktoreinkommen}: \frac{KQ}{LQ} = \frac{Q}{W} = \frac{S}{C} = \frac{s}{c} = \frac{r \cdot K}{w \cdot A}$$

$$\textit{Optimale Faktorproportion}: \frac{A}{K} = \frac{b}{a} = \frac{c}{s} \cdot \frac{r}{w}$$

$$\textit{Optimale Faktorpreisrelation}: \frac{r}{w} = \frac{s}{c} \cdot \frac{b}{a} = \frac{s}{c} \cdot \frac{A}{K}$$

Abbildung 1 veranschaulicht einen Wirtschaftsprozess mit zwei Produktionsfaktoren (Arbeit und Kapital) und zwei Sektoren (Konsumgüter und Investitionsgüter). Die Preisvariablen und Verwendungsquoten sind die „synaptischen Gewichte“ des Systems. Das Volkseinkommen Y entsteht als Summe der Faktoreinkommen, indem die Faktoreinsätze mit den Faktorpreisen gewichtet werden. Die Güternachfrage D verteilt sich mit den entsprechenden Quoten auf die Sektoren. Im Marktgleichgewicht wird das gesamte Güterangebot $X(A, K)$ nachgefragt:

$$\textit{Marktgleichgewicht}: Y = D = X \Rightarrow S = I$$

Ausbeutungsfreiheit

Das optimale Verhältnis der Faktoreinkommen impliziert einen Austausch von Kapitaleinkommen gegen Arbeitseinkommen, wenn Kapitaleinkommen verkonsumiert und

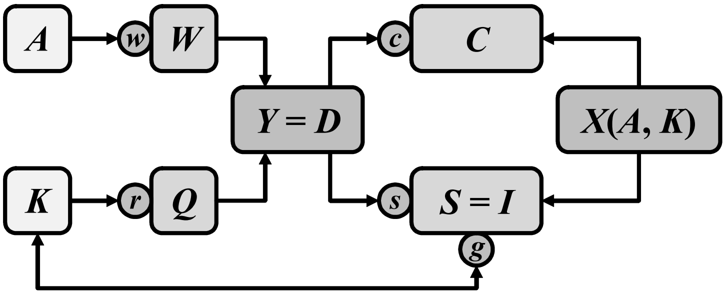

Abbildung 1: Produktion und Einkommen

Arbeitseinkommen gespart wird:

$$\textit{Optimaler Austausch}: \frac{Q}{W} = \frac{S}{C} = \frac{s}{c} \Rightarrow c \cdot Q = s \cdot W$$

Im Wachstumsoptimum muss der *Konsum aus Kapitaleinkommen* $c \cdot Q$ genauso groß sein wie die *Ersparnis aus Arbeitseinkommen* $s \cdot W$. Da aber mit der Ersparnis stets der Erwerb von Sachkapital verbunden, wird hier ein *Anspruch auf Konsumgüter* gegen einen *Anspruch auf Kapitalgüter* getauscht.

Das durch die goldene Regel definierte gesellschaftliche Optimum verlangt also nicht, dass Konsum aus Kapitaleinkommen im Sinne des „Rechts auf den vollen Arbeitsertrag" der unselbständig Beschäftigten ausgeschlossen ist. Ein Konsum aus Kapitaleinkommen ist allerdings nur dann möglich, wenn ein entsprechender Teil des Kapitalstocks im Tausch gegen diese Konsumgüter hergegeben wird. Ein „Mehrwert" im Sinne von Marx, ein aus der Mehrarbeit anderer und daher ohne Äquivalent angeeigneter Konsum aus Kapitaleinkommen ist unter der Bedingung der goldenen Regel ausgeschlossen. Eine „Ausbeutung der Arbeitskraft" ist nur dann möglich, wenn der Geldzinssatz größer ist als die Wachstumsrate des Kapitalstocks. Erst dann wird das Geld zum Geldkapital, zu einem Rente tragenden Gut. Der prozessoptimierende Pfad ist dagegen ausbeutungsfrei:

$$\textit{Ausbeutungsregel}: r > g \Rightarrow C > W \wedge Q > S \Rightarrow c \cdot Q > s \cdot W$$

$$\textit{Ausbeutungsfreiheit}: r = g \Rightarrow C = W \wedge Q = S \Rightarrow c \cdot Q = s \cdot W$$

Wettbewerbsgleichgewicht

Die Produktion besteht aus Konsumgütern C und Investitionsgütern $I = g \cdot K$. Das Volkseinkommen Y teilt sich auf zwischen Arbeitseinkommen W und Kapitaleinkommen $Q = r \cdot K$. Im Marktgleichgewicht gilt wieder:

$$\textit{Gleichgewicht}\colon C + I = W + Q \Rightarrow C - W = Q - I = (r - g) \cdot K$$

Die Differenz zwischen *Konsum* C und *Arbeitseinkommen* W oder auch zwischen *Kapitaleinkommen* Q und *Investition* I ist ein Maß für die Abweichung vom optimalen Wachstumspfad. Diese Abweichung kann als *Quasirente* R bezeichnet werden:

$$\textit{Quasirente}\colon R = C - W = Q - I = (r - g) \cdot K$$

Auf einem optimalen Wachstumspfad kann es keine Profite geben:

$$\textit{Wachstumsoptimum}\colon r = g \Rightarrow C = W \wedge Q = I \Rightarrow R = 0$$

Die Frage, ob der optimale Wachstumspfad im Wettbewerbsgleichgewicht erreicht wird, ist also gleichbedeutend mit der Frage, ob sich die Quasirente wegkonkurriert. Das System wird auf das Wachstumsgleichgewicht zustreben, wenn die relative Änderung der Quasirente negativ ist. Ist die Quasirente R positiv (negativ), muss die Änderung dR negativ (positiv) sein:

$$\textit{Konvergenzkriterium}\colon \frac{dR}{R} < 0$$

Die Änderung der Quasirente hängt unmittelbar mit den Änderungen des Kapitaleinkommens und der Investition zusammen:

$$R = Q - I \Rightarrow dR = dQ - dI$$

Unter diesen Umständen werden Abweichungen vom Wachstumsoptimum abklingen:

$$\textit{Quasigewinne}\colon R = Q - I > 0 \Rightarrow dQ < dI \Rightarrow dR < 0$$

$$\textit{Quasiverluste}: R = Q - I < 0 \Rightarrow dQ > dI \Rightarrow dR > 0$$

Ist die Quasirente positiv, können Kapitaleinkommen über das normale Faktoreinkommen hinaus erzielt werden. Deshalb darf man annehmen, dass die Nachfrage nach Kapitalgütern steigt, um weitere Kapitalgewinne zu ermöglichen. Die Änderung dI der Investitionen werden folglich das gleiche Vorzeichen haben wie die Quasirente R. Mit dieser Vorzeichenbetrachtung kann man beide Bedingungen zu einem Stabilitätskriterium zusammenführen:

$$\textit{Stabilitätskriterium}: \frac{dR}{R} < 0 \Rightarrow \frac{dQ}{dI} < 1$$

Die Reaktion des Kapitaleinkommens $Q = r \cdot K$ auf eine zusätzliche Investition dI ist zunächst nicht eindeutig bestimmt, weil einerseits der Kapitalstock wächst, andererseits aber der Zinssatz durch die Kapitalvermehrung sinkt. Mit $I = g \cdot k$ kommt:

$$\frac{dQ}{dI} = \frac{d(r \cdot K)}{dI} < 1 \Rightarrow \frac{\partial r}{\partial I} \cdot K + r \cdot \frac{\partial K}{\partial I} < 1 \Rightarrow \frac{\partial r}{\partial I} < -\frac{r-g}{I}$$

Das Stabilitätskriterium kann damit als Bedingung für die Zinselastizität der Investitionen geschrieben werden:

$$\textit{Stabilitätskriterium}: \frac{I}{r} \cdot \frac{\partial r}{\partial I} < \frac{g}{r} - 1$$

In der Stabilitätsanalyse sind zwei Extremfälle zu unterscheiden. Wenn man vom schlechtesten Fall mit r » g und $g/r \approx 0$ ausgeht, stellt sich eine schärfere Stabilitätsbedingung, die zwar hinreichend, aber nicht mehr unbedingt notwendig ist:

$$\textit{Globale Stabilitätsbedingung}: \frac{I}{r} \cdot \frac{\partial r}{\partial I} < -1$$

Mit dieser verschärften Stabilitätsbedingung geht man quasi „auf Nummer sicher“, wenn man ohnehin einen gewissen Sicherheitsabstand von der Stabilitätsgrenze wahren und den Term g/r quasi „verschenken“ will. In diesem Fall müssen die Kapitaleinkommen als Reaktion auf eine Ungleichgewichtssituation nicht nur langsamer wachsen als die Investitionen, sondern abnehmen:

$$\frac{dQ}{dI} < 0 \Rightarrow \frac{I}{r} \cdot \frac{\partial r}{\partial I} < -1$$

Entscheidend ist, dass die Zinsen empfindlich genug auf die Investitionen reagieren. In der Nähe des optimalen Wachstumspfades $r \approx g$ und $g/r \approx 1$ reicht es dagegen aus, dass der Zinssatz seine ganz normale Reaktion zeigt:

$$\textit{Lokale Stabilitätsbedingung}: \frac{I}{r} \cdot \frac{\partial r}{\partial I} < 0$$

Insgesamt wird sich das Wachstumsoptimum also unter allgemein erfüllbaren Bedingungen im Wettbewerbsgleichgewicht einstellen. Die Marktkräfte lassen ausbeuterische Quasigewinne verschwinden.

Die Nachfrage nach Investitionsgütern bringt das System ins Gleichgewicht. Quasigewinne (Quasiverluste) führen zu einer höheren (geringeren) Sparquote und damit zu höheren (niedrigeren) Ersparnissen und einem entsprechend geringeren (höheren) Konsum. Die höheren (niedrigeren) Ersparnisse bzw. Investitionen bedeuten eine größere (kleinere) Wachstumsrate und einen sinkenden (steigenden) Realzinssatz. Bei einer normalen Reaktion auf Investition und Zinsänderung verringern (vergrößern) sich die Kapitaleinkommen, wodurch sich die Arbeitseinkommen tendenziell vergrößern (verkleinern). Abbildung 2 verdeutlicht, wie alle diese Prozesse eine Marktwirtschaft auf ihren optimalen Wachstumspfad lenken. Überwiegen die Kapitaleinkommen (Arbeitseinkommen), reagiert das System mit einer Verlagerung der Produktionstätigkeit in den Kapitalsektor (Konsumsektor), wodurch sich die Abweichungen vom Wachstumsoptimum verringern.

Optimale Faktorpreise

Die gesamtwirtschaftliche Produktion teilt sich auf in *Konsumgüter* und *Kapitalgüter*. In jedem Sektor wird Arbeit geleistet und Kapital eingesetzt (Abbildung 3):

$$A_C = \textit{Arbeitseinsatz in der Konsumgüterindustrie}$$

$$A_I = \textit{Arbeitseinsatz in der Kapitalgüterindustrie}$$

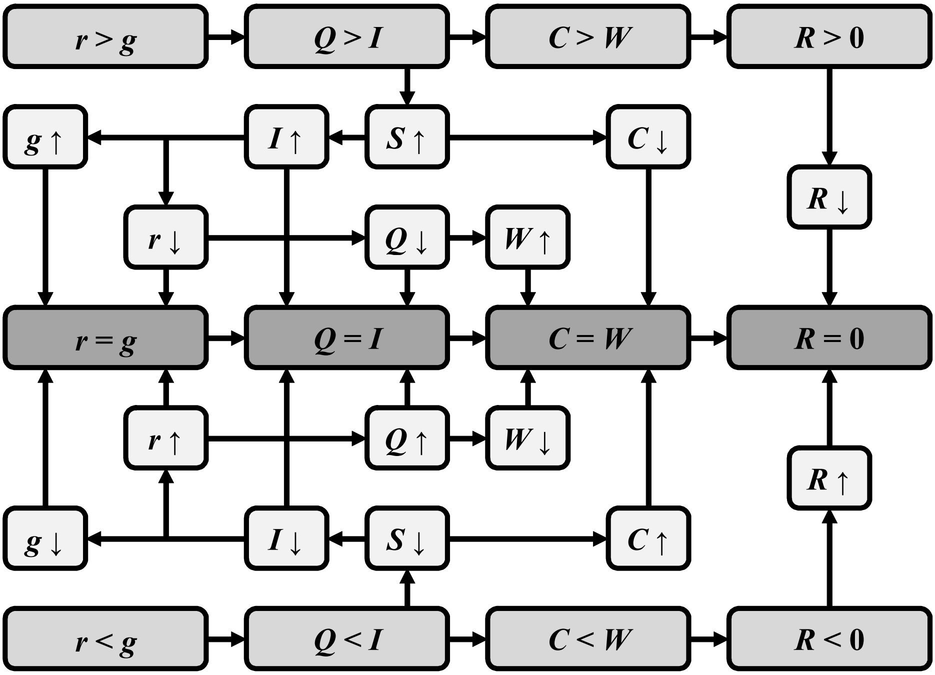

Abbildung 2: Wettbewerbsgleichgewicht

$K_C = \textit{Kapitaleinsatz in der Konsumgüterindustrie}$

$K_I = \textit{Kapitaleinsatz in der Kapitalgüterindustrie}$

Arbeit und Kapital der Gesamtwirtschaft setzen sich aus diesen sektoralen Größen zusammen:

$\textit{Arbeit}: A = A_C + A_I$

$\textit{Kapital}: K = K_C + K_I$

Die Produktionsfaktoren gehen in die Produktionsfunktionen der beiden Sektoren ein:

$C = X_C(A_C, K_C) = \textit{Produktionsfunktion der Konsumgüterindustrie}$

$I = X_I(A_I, K_I) = \textit{Produktionsfunktion der Kapitalgüterindustrie}$

In jedem Sektor wird Einkommen aus Arbeit und Kapital erzielt. Die Faktorpreise in den beiden Sektoren können zunächst unterschiedlich sein, z.B. aufgrund unterschiedlicher Produktivitäten:

$w_C = Lohnniveau\ in\ der\ Konsumgüterindustrie$

$w_I = Lohnniveau\ in\ der\ Kapitalgüterindustrie$

$r_C = Zinsniveau\ in\ der\ Konsumgüterindustrie$

$r_I = Zinsniveau\ in\ der\ Kapitalgüterindustrie$

Aus den Faktoreinsätzen und den Faktorpreisen ergeben sich die Faktoreinkommen:

$W_C = w_C \cdot A_C = Arbeitseinkommen\ in\ der\ Konsumgüterindustrie$

$W_I = w_i \cdot A_I = Arbeitseinkommen\ in\ der\ Kapitalgüterindustrie$

$Q_C = r_C \cdot K_C = Kapitaleinkommen\ in\ der\ Konsumgüterindustrie$

$Q_I = r_I \cdot K_I = Kapitaleinkommen\ in\ der\ Kapitalgüterindustrie$

Aus den Faktoreinkommen errechnen sich die gesamten Arbeits- und Kapitaleinkommen sowie die gesamten Einkommen in den beiden Sektoren:

$Arbeitseinkommen: W = W_C + W_I = w_C \cdot A_C + w_I \cdot A_I$

$Kapitaleinkommen: Q = Q_C + Q_I = r_C \cdot K_C + r_I \cdot K_I$

$Konsumgutsektor: C = W_C + Q_C = w_C \cdot A_C + r_C \cdot K_C$

$Kapitalgutsektor: I = W_I + Q_I = w_I \cdot A_I + r_I \cdot K_I$

Im Marktgleichgewicht gilt folgende Einkommensgleichung:

$$Y = W + Q = C + I = w_C \cdot A_C + w_I \cdot A_I + r_C \cdot K_C + r_I \cdot K_I$$

Auf einem optimalen Wachstumspfad entspricht das Arbeitseinkommen dem Konsum und das Kapitaleinkommen den Investitionen:

$$W = C \Rightarrow W_C + W_I = W_C + Q_C \Rightarrow W_I = Q_C$$

$$Q = I \Rightarrow Q_C + Q_I = W_I + Q_I \Rightarrow Q_C = W_I$$

Das Wachstumsoptimum ist charakterisiert durch die Gleichheit von *Kapitaleinkommen* *in der Konsumgüterindustrie* und *Arbeitseinkommen in der Kapitalgüterindustrie*. Die *optimale Faktorpreisrelation* ist durch das Verhältnis zwischen dem *Arbeitseinsatz in der Kapitalgüterproduktion* und dem *Kapitaleinsatz in der Konsumgüterproduktion* bestimmt:

$$\textit{Optimale Faktorpreisrelation}\colon Q_C = W_I \Rightarrow r_C \cdot K_C = w_I \cdot A_I \Rightarrow \frac{r_C}{w_I} = \frac{A_I}{K_C}$$

Um die optimalen Faktorpreise in den beiden Sektoren zu berechnen, wird nun wieder der Konsum maximiert. Im Wachstumsoptimum bedeutet ein maximaler Konsum gleichzeitig ein *maximales Arbeitseinkommen* und damit auch ein *minimales Kapitaleinkommen*:

$$C(A_C, K_C) = W = W_C + W_I = w_C \cdot A_C + w_I \cdot A_I = w_C \cdot A_C + w_I \cdot (A – A_C)$$

$$I(A_I, K_I) = Q = Q_C + Q_I = r_C \cdot K_C + r_I \cdot K_I = r_C \cdot (K – K_I) + r_I \cdot K_I$$

Zur Vereinfachung wird der Austausch zwischen den beiden Sektoren unter der Nebenbedingung eines nahezu konstanten gesamtwirtschaftlichen Faktoreinsatzes an Arbeit A und Kapital K betrachtet. Maximaler Konsum und minimale Investitionen implizieren einheitliche durchschnittliche Faktorpreise in beiden Sektoren:

$$\textit{Konsummaximum}\colon \frac{\partial C}{\partial A_C} = w_C - w_I = 0 \Rightarrow w_C = w_I$$

$$\textit{Investitionsminimum}\colon \frac{\partial I}{\partial K_I} = r_C - r_I = 0 \Rightarrow r_C = r_I$$

Die uniformen Faktorpreise entstehen durch eine Verlagerung der Faktoreinsätze zwischen den Sektoren (Arbitrage). Die Produktionsfaktoren verlagern sich in die Sektoren mit den höheren Faktorpreisen. Ein höheres (niedrigeres) Faktorangebot lässt den Faktorpreis sinken (steigen). Wenn die Grenzproduktivität der Faktoren mit steigendem (sinkenden) Faktoreinsatz sinkt (steigt) und beide Faktoren bei einer gewinnmaximalen Produktion nach ihrem Grenzprodukt entlohnt werden, so werden die Faktorpreise entsprechend sinken (steigen):

$$w_C = \frac{\partial X_C}{\partial A_C} = \textit{Grenzprodukt der Arbeit in der Konsumgüterindustrie}$$

$$w_I = \frac{\partial X_I}{\partial A_I} = \textit{Grenzprodukt der Arbeit in der Kapitalgüterindustrie}$$

$$r_C = \frac{\partial X_C}{\partial K_C} = \textit{Grenzprodukt des Kapitals in der Konsumgüterindustrie}$$

$$r_I = \frac{\partial X_I}{\partial K_I} = \textit{Grenzprodukt des Kapitals in der Kapitalgüterindustrie}$$

Abbildung 4 und Abbildung 5 veranschaulichen die Anpassungsprozesse für die Faktorpreise und Wachstumsraten. Im Gleichgewicht entstehen uniforme Faktorpreise und Wachstumsraten in beiden Sektoren und die goldene Regel gilt für jeden Sektor einzeln:

$$\textit{Uniformes Lohnniveau}: w = w_C = w_I$$

$$\textit{Uniformes Zinsniveau}: r = r_C = r_I$$

$$\textit{Uniformes Wachstum}: g = g_C = g_I$$

$$\textit{Optimales Wachstum im Konsumsektor}: r_C = g_C$$

$$\textit{Optimales Wachstum im Kapitalsektor}: r_I = g_I$$

Faktoren tauschen Einkommen

Sowohl aus dem Arbeitseinkommen wie auch aus dem Kapitaleinkommen kann konsumiert und gespart werden. Die Konsum- und Sparquoten können nun unterschiedlich sein:

$$c_W = \textit{Konsumquote aus Arbeitseinkommen}$$

$$c_Q = \textit{Konsumquote aus Kapitaleinkommen}$$

$$s_W = \textit{Sparquote aus Arbeitseinkommen}$$

$$s_Q = \textit{Sparquote aus Kapitaleinkommen}$$

Für die Verwendung des Einkommens gibt es jetzt vier Möglichkeiten (Abbildung 6):

$$C_W = c_W \cdot W = \textit{Konsum aus Arbeitseinkommen}$$

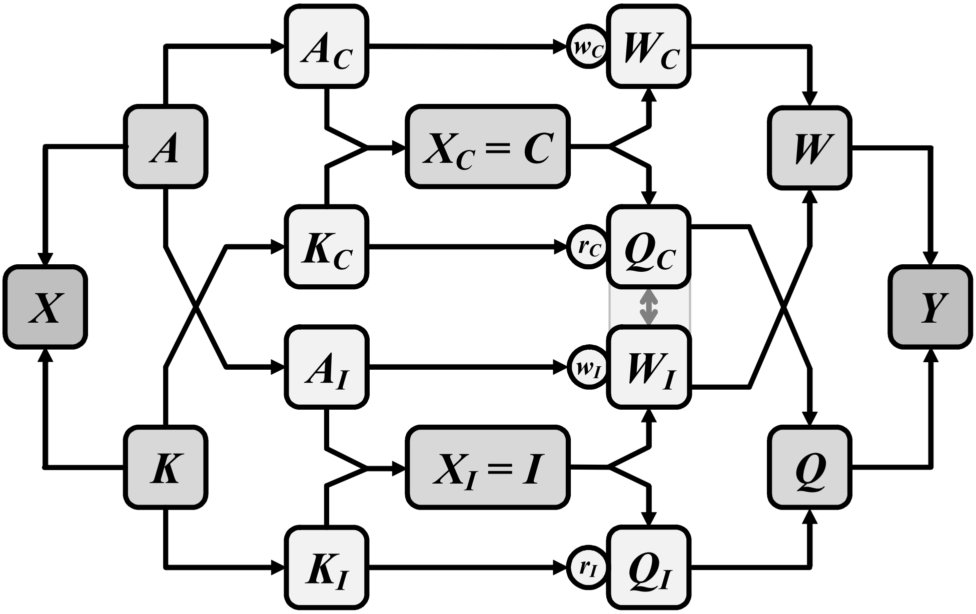

Abbildung 3: Zwei-Sektoren-Modell

$C_Q = c_Q \cdot Q = \mathit{Konsum\ aus\ Kapitaleinkommen}$

$S_W = s_W \cdot W = \mathit{Ersparnis\ aus\ Arbeitseinkommen}$

$S_Q = s_Q \cdot Q = \mathit{Ersparnis\ aus\ Kapitaleinkommen}$

Die gesamte Konsumsumme C und die gesamte Ersparnis S bestehen aus diesen Anteilen:

$\mathit{Konsum}: C = C_W + C_Q = c_W \cdot W + c_Q \cdot Q$

$\mathit{Ersparnis}: S = S_W + S_Q = s_W \cdot W + s_Q \cdot Q$

Entsprechend kann sich sowohl das Arbeitseinkommen als auch das Kapitaleinkommen in Konsum und Ersparnis aufteilen. Die Konsum- und Sparquoten ergänzen sich zu eins:

$\mathit{Arbeitseinkommen}: W = C_W + S_W = c_W \cdot W + s_W \cdot W \Rightarrow c_W + s_W = 1$

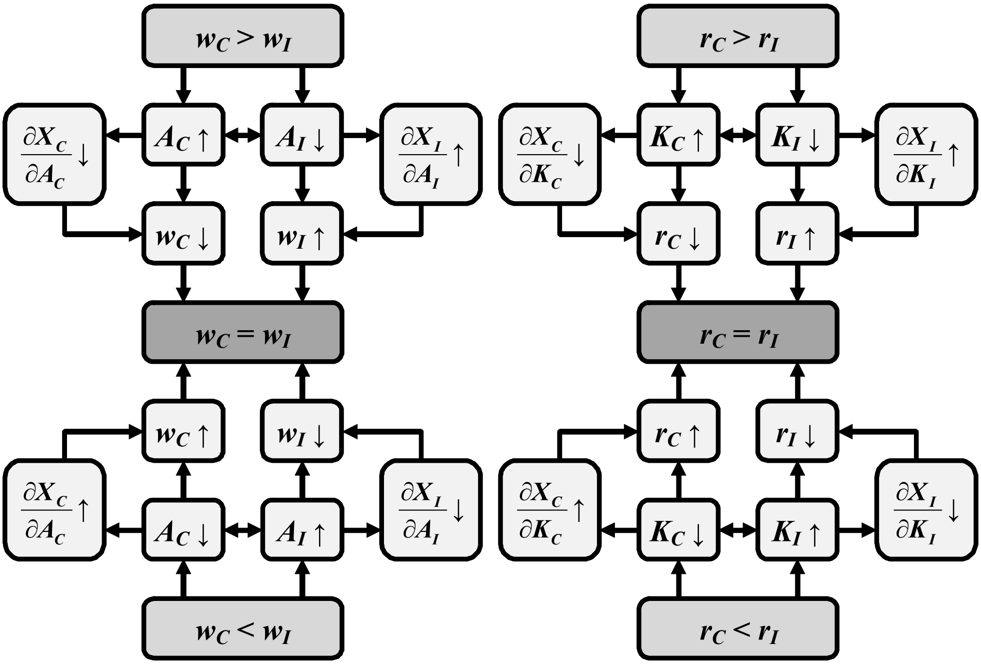

Abbildung 4: Uniforme Faktorpreise

$$\textit{Kapitaleinkommen}: Q = C_Q + S_Q = c_Q \cdot Q + s_Q \cdot Q \Rightarrow c_Q + s_Q = 1$$

Mit $Q = r \cdot K$ und $I = g \cdot K$ bekommt die Einkommensgleichung folgende Gestalt:

$$W + Q = C + I \Rightarrow C_W + S_W + r \cdot K = C_W + C_Q + g \cdot K \Rightarrow C_Q = S_W + (r - g) \cdot K$$

Auf einem optimalen Wachstumspfad muss folglich wie gehabt jedem *Konsum aus Kapitaleinkommen* eine entsprechende *Ersparnis aus Arbeitseinkommen* gegenüberstehen:

$$\textit{Optimaler Einkommenstausch}: r = g \Rightarrow C_Q = S_W \Rightarrow c_Q \cdot Q = s_W \cdot W$$

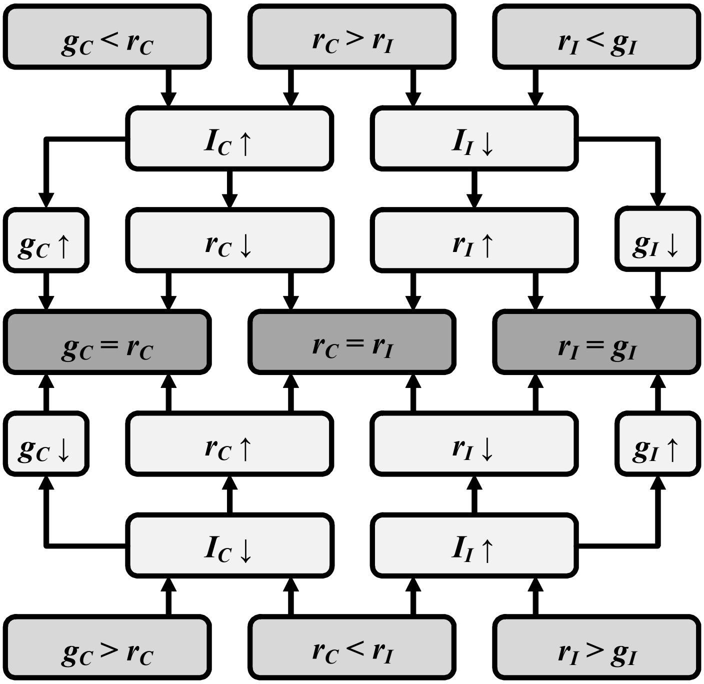

Abbildung 5: Uniforme Wachstumsraten

Sektoren tauschen Güter

Der Konsumsektor wie auch der Kapitalsektor fragen Konsumgüter und Kapitalgüter nach. Die Konsum- und Sparquoten können in den beiden Sektoren unterschiedlich sein:

$$c_C = \textit{Konsumquote in der Konsumgüterindustrie}$$

$$c_I = \textit{Konsumquote in der Kapitalgüterindustrie}$$

$$s_C = \textit{Sparquote in der Konsumgüterindustrie}$$

$$s_I = \textit{Sparquote in der Kapitalgüterindustrie}$$

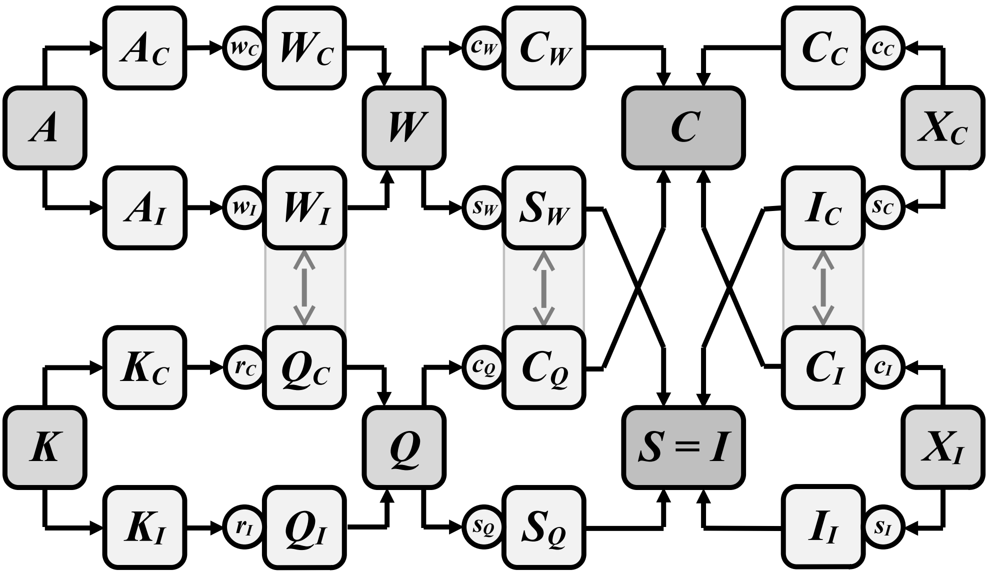

Abbildung 6: Optimale Austauschrelationen

Die Nachfrage nach Konsum- und Investitionsgütern hat damit vier Anteile (Abbildung 6):

$$C_C = c_C \cdot C = \mathit{Konsumgüternachfrage\ der\ Konsumgüterindustrie}$$

$$I_C = s_C \cdot C = \mathit{Kapitalgüternachfrage\ der\ Konsumgüterindustrie}$$

$$C_I = c_I \cdot I = \mathit{Konsumgüternachfrage\ der\ Kapitalgüterindustrie}$$

$$I_I = s_I \cdot I = \mathit{Kapitalgüternachfrage\ der\ Kapitalgüterindustrie}$$

Die sektoralen Nachfragegrößen summieren sich zur gesamten Güternachfrage:

$$\mathit{Konsumgüter}: C = C_C + C_I = c_C \cdot C + c_I \cdot I$$

$$\mathit{Kapitalgüter}: I = I_C + I_I = s_C \cdot C + s_I \cdot I$$

Das Einkommen in den Sektoren muss der Nachfrage der Sektoren nach Konsum- und Kapitalgütern entsprechen. Die Konsum- und Sparquoten ergänzen sich jeweils zu eins:

$$\textit{Konsumsektor}\colon X_C = C_C + I_C = c_C \cdot C + s_C \cdot C \Rightarrow c_C + s_C = 1$$

$$\textit{Kapitalsektor}\colon X_I = C_I + I_I = c_I \cdot I + s_I \cdot I \Rightarrow c_I + s_I = 1$$

Im Marktgleichgewicht stimmen Angebot und Nachfrage auf beiden Märkten überein. Die Konsumsumme C entspricht der Lohnsumme X_C der Konsumgüterindustrie und die gesamte Investition I der Lohnsumme X_I der Investitionsgüterindustrie:

$$\textit{Konsumgütermarkt}\colon X_C = C \Rightarrow C_C + I_C = C_C + C_I \Rightarrow I_C = C_I$$

$$\textit{Kapitalgütermarkt}\colon X_I = I \Rightarrow C_I + I_I = I_C + I_I \Rightarrow C_I = I_C$$

Jeder *Konsumgüternachfrage der Kapitalgüterindustrie* steht damit eine gleich hohe *Kapitalgüternachfrage der Konsumgüterindustrie gegenüber:*

$$\textit{Optimaler Güteraustausch}\colon C_I = I_C \Rightarrow c_I \cdot I = s_C \cdot C$$

Optimale Austauschrelationen

Die optimalen Austauschprozesse zwischen den *Produktionsfaktoren*, die Einkommen austauschen, und den *Industriesektoren*, die Konsumgüter gegen Kapitalgüter tauschen, können wie folgt zusammengefasst werden (Abbildung 6):

- Das *Kapitaleinkommen in der Konsumgüterindustrie* entspricht dem *Arbeitseinkommen in der Kapitalgüterindustrie*. Der *Zinssatz* verhält sich zum *Lohnsatz* wie die *Arbeit im Kapitalsektor* zum *Kapital im Konsumsektor*:

  $$\textit{Optimale Faktorpreisrelation}\colon Q_C = W_I \Rightarrow r \cdot K_C = w \cdot A_I \Rightarrow \frac{r}{w} = \frac{A_I}{K_C}$$

- Der *Konsum aus Kapitaleinkommen* stimmt mit der *Ersparnis aus Arbeitseinkommen* überein. Das *Kapitaleinkommen* verhält sich zum *Arbeitseinkommen* wie die *Sparquote aus Arbeitseinkommen* zur *Konsumquote aus Kapitaleinkommen*:

  $$\textit{Optimaler Einkommenstausch}\colon C_Q = S_W \Rightarrow c_Q \cdot Q = s_W \cdot W \Rightarrow \frac{Q}{W} = \frac{S}{C} = \frac{S_W}{C_Q}$$

- Der *Konsum des Kapitalsektors* entspricht den *Investitionen des Konsumsektors*.

Die *Investition* verhält sich zum *Konsum* wie die *Sparquote des Konsumsektors* zur *Konsumquote des Kapitalsektors*:

$$\textit{Optimaler Güteraustausch}: C_I = I_C \Rightarrow c_I \cdot I = s_C \cdot C \Rightarrow \frac{Q}{W} = \frac{I}{C} = \frac{s_C}{c_I}$$

Aus den optimalen Austauschbeziehungen ergeben sich weitere Relationen zwischen den verschiedenen Spar- und Konsumquoten der Faktoren und Sektoren:

$$\frac{s_W}{c_Q} = \frac{s_C}{c_I} \Rightarrow \frac{S_W}{C_Q} = \frac{I_C}{C_I}$$

Optimale Allokation

Ein optimaler Wirtschaftsprozess ist charakterisiert durch ein *Marktgleichgewicht* für beide *Sektoren* und ein *Wachstumsoptimum* für beide *Faktoren* (Abbildung 6):

$$\textit{Konsumgutsektor}: X_C = W_C + Q_C = C_C + I_C = C_C + C_I = C_W + C_Q = C$$

$$\textit{Kapitalgutsektor}: X_I = W_I + Q_I = C_I + I_I = I_C + I_I = S_W + S_Q = I = S$$

$$\textit{Arbeitseinkommen}: W = W_C + W_I = C_W + S_W = C_W + C_Q = W_C + Q_C = C$$

$$\textit{Kapitaleinkommen}: Q = Q_C + Q_I = C_Q + S_Q = S_W + S_Q = W_I + Q_I = I = S$$

Aus diesen Bilanzen bekommt man neben den bereits bekannten Austauschrelationen weitere Gleichungen auch für die Größen, die nicht direkt am Austausch zwischen den Sektoren und Faktoren teilnehmen:

$$Q_C = W_I \wedge C_I = I_C \wedge C_Q = S_W$$

$$X_C - X_I = C - S \Rightarrow W_C - Q_I = C_C - I_I = C_W - S_Q$$

Unter Wettbewerbsbedingungen gilt die goldene Regel für jeden Sektor einzeln:

$$Q_C = r_C \cdot K_C \wedge I_C = g_C \cdot K_C \wedge r_C = g_C \Rightarrow Q_C = I_C$$

$$Q_I = r_I \cdot K_I \wedge I_I = g_I \cdot K_I \wedge r_I = g_I \Rightarrow Q_I = I_I$$

$$W_C + Q_C = C_C + I_C \wedge Q_C = I_C \Rightarrow W_C = C_C$$

$$W_I + Q_I = C_I + I_I \wedge Q_I = I_I \Rightarrow W_I = C_I$$

Die Gleichheit von *Konsum* und *Arbeitseinkommen* einerseits und von *Investition* und *Kapitaleinkommen* andererseits überträgt sich damit auf die einzelnen Sektoren:

$$\textit{Arbeit im Konsumsektor}: W_C = C_C \Leftrightarrow w \cdot A_C = c_C \cdot C$$

$$\textit{Arbeit im Kapitalsektor}: W_I = C_I \Leftrightarrow w \cdot A_I = c_I \cdot I$$

$$\textit{Kapital im Konsumsektor}: Q_C = I_C \Leftrightarrow r \cdot K_C = s_C \cdot C$$

$$\textit{Kapital im Kapitalsektor}: Q_I = I_I \Leftrightarrow r \cdot K_I = s_I \cdot I$$

Man kann also die Einkommensgleichungen auch „senkrecht“ lesen:

$$\textit{Volkseinkommen}: Y = W + Q = W_C + W_I + Q_C + Q_I$$

$$\textit{Güterproduktion}: X = C + I = C_C + C_I + I_C + I_I$$

Die *optimale Allokation* der goldenen Regel umfasst den effizienten Einsatz der Produktionsfaktoren, die optimale Verteilung der Produktionsfaktoren auf die Industriesektoren und die optimale Verteilung des Volkseinkommens auf die Produktionsfaktoren.

Stabilität des Wachstumsoptimums

Um die dynamische Stabilität der optimalen Allokation auch für das differenziertere Zwei-Sektoren-Modell nachzuweisen, wird nun die *Quasirente* R als Maß für die Abweichung vom Wachstumsoptimum wie folgt präzisiert:

$$\textit{Sektoreinkommen}: R = C - W = W_C + Q_C - W_C - W_I = Q_C - W_I$$

$$\textit{Faktoreinkommen}: R = C - W = C_W + C_Q - C_W - S_W = C_Q - S_W$$

Die Quasirente zeigt sich als Differenz zwischen dem *Kapitaleinkommen im Konsumsektor* Q_C und dem *Arbeitseinkommen im Kapitalsektor* W_I oder auch als Differenz zwischen dem *Konsum aus Kapitaleinkommen* C_Q und der *Ersparnis aus Arbeitsein-*

kommen S_W:

$$\textit{Quasirente}: R = Q_C - W_I = C_Q - S_W \Rightarrow dR = dQ_C - dW_I$$

Auf einem optimalen Wachstumspfad verschwindet die Quasirente wie gehabt:

$$\textit{Wachstumsoptimum}: r = g \Rightarrow Q_C = W_I \wedge C_Q = S_W \Rightarrow R = 0$$

Wenn wir die Stabilitätsanalyse auf die Nähe des Gleichgewichts beschränken, können wir vom Arbeitseinkommen W_I im Kapitalsektor zur Investition I_C im Konsumgütersektor übergehen. Das gesamte Einkommen Y_I im Kapitalsektor muss im Marktgleichgewicht der gesamten Nachfrage nach der Produktion X_I des Kapitalsektors entsprechen:

$$\textit{Kapitalsektor}: Y_I = X_I \Rightarrow W_I + Q_I = I_C + I_I$$

$$\textit{Goldene Regel}: Q_I = I_I \Rightarrow W_I = I_C \Rightarrow dW_I = dI_C$$

Wenn im Kapitalsektor die goldene Regel gültig ist, kann die Quasirente in den Variablen Q_C und I_C ausgedrückt werden:

$$\textit{Quasirente}: R = Q_C - I_C \Rightarrow dR = dQ_C - dI_C$$

Nun kann man wieder die Bedingungen angeben, unter denen Abweichungen vom Wachstumsoptimum selbsttätig abklingen:

$$\textit{Quasigewinne}: R = Q_C - I_C > 0 \Rightarrow dQ_C < dI_C \Rightarrow dR < 0$$

$$\textit{Quasiverluste}: R = Q_C - I_C < 0 \Rightarrow dQ_C > dI_C \Rightarrow dR > 0$$

Das Wachstumsoptimum ist ein Attraktor, wenn sich die Quasirente durch diese Rückwirkungen vermindert. Mit $Q_C = r_C \cdot K_C$ und $I_C = g_C \cdot K_C$ bekommt man wieder die bekannte Bedingung an die Zinselastizität der Investitionen. Die Stabilität des Wachstumsoptimums ist dann gegeben, wenn der Zinssatz empfindlich genug auf sich ändernde Investitionen reagiert:

$$\textit{Stabilitätskriterium}: \frac{dR}{R} < 0 \Rightarrow \frac{dQ_C}{dI_C} < 1 \Rightarrow \frac{I_C}{r_C} \cdot \frac{\partial r_C}{\partial I_C} < \frac{g_C}{r_C} - 1$$

Auch in einem erweiterten Modell ist es wieder die Verlagerung der Produktion vom einen Sektor in den anderen, die das System ins Gleichgewicht bringt. Die Führungsrolle in diesem Anpassungsprozess kommt der Investitionsgüternachfrage I_C des Konsumsektors zu. Um weitere Kapitaleinkommen zu generieren, wird ein Überhang an Kapitaleinkommen Q_C in der Konsumgüterindustrie zu einem Anstieg der Investitionen I_C im Konsumsektor führen, die auch im Kapitalsektor steigende Investitionen I_I induzieren. Die steigenden Gesamtinvestitionen $I = I_C + I_I$ lassen den Realzins r sinken. Andererseits haben steigende Investitionen eine steigende Produktion X_I von Kapitalgütern zur Folge, die wiederum mit einem steigenden Arbeitseinkommen W_I im Kapitalsektor einhergeht. Wenn bei positiver (negativer) Quasirente das Kapitaleinkommen Q_C des Konsumsektors weniger ansteigt (absinkt) als das Arbeitseinkommen W_I des Kapitalsektors, wird das System von selbst den optimalen Wachstumspfad finden.

Abbildung 7 gibt einen Überblick über die rücktreibenden Marktkräfte, die das Wachstumsoptimum ansteuern. Abweichungen vom Optimum haben gleichsinnige Änderungen der Investitionsgüternachfrage der Konsumgüterindustrie zur Folge. Die Investitionsgüterindustrie tauscht einen Teil ihres Arbeitseinkommens als Kapital für die Konsumgüterindustrie.

Damit sind die Bedingungen angegeben, unter denen sich die goldene Regel der Kapitalakkumulation als Wettbewerbsgleichgewicht realisiert. Die Marktwirtschaft ist nicht auf tugendhafte Sparer angewiesen, sondern beruht auf dem Bestreben und der Möglichkeit, durch Investitionen Kapitaleinkommen erzielen zu können. Sparen *ist* die Entscheidung zu investieren. Kapitaleinkommen sind Faktoreinkommen, die sich an der Faktorproduktivität und an der Knappheit des Produktionsfaktors orientieren. Die Quasirenten sind dagegen keine regulären Kapitaleinkommen, sondern lediglich Verzerrungen des optimalen Wirtschaftsprozesses, die sich als Diskrepanzen zwischen der optimalen und der tatsächlichen Einkommensverteilung zeigen.

Während die Kapitalbesitzer ihre Kapitaleinkommen maximieren, werden die Markt-

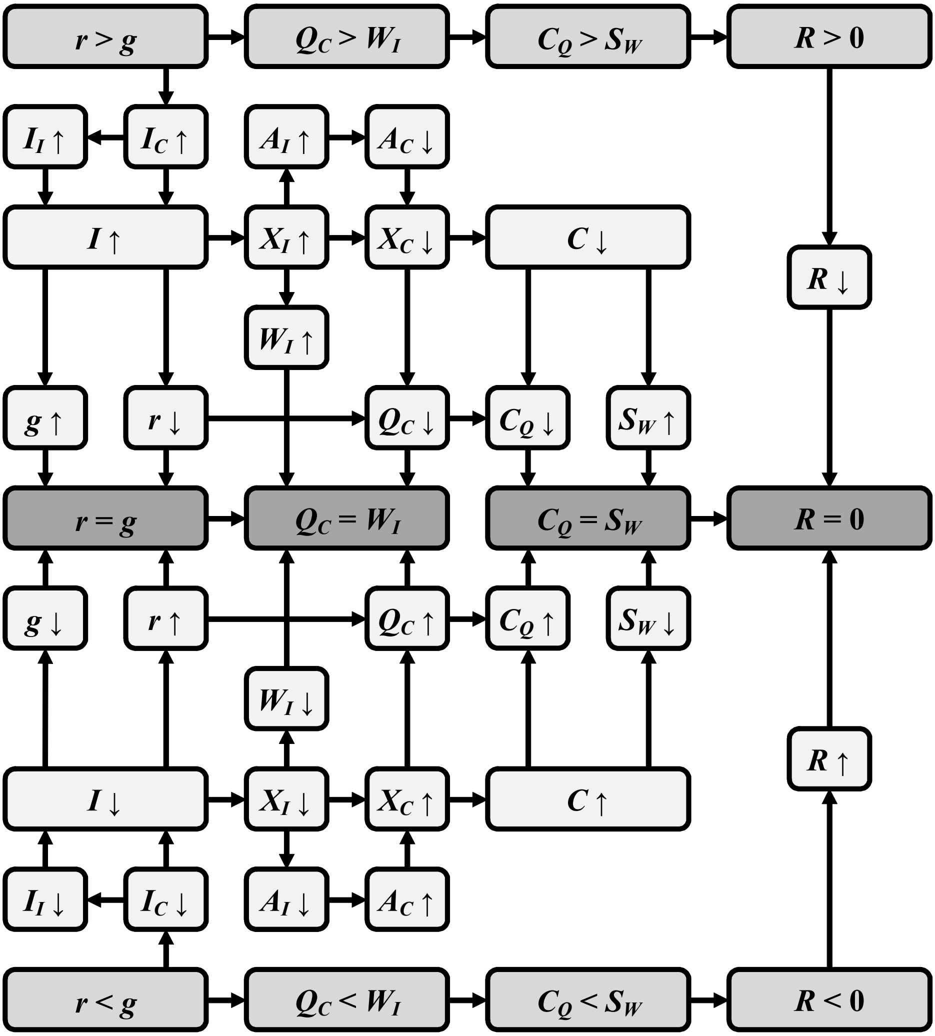

Abbildung 7: Optimale Allokation

kräfte die Kapitaleinkommen minimieren, um den Konsum zu maximieren. Beide Bestrebungen sind wichtig für das Wachstumsoptimum. Ausbeutung und Ungerechtigkeit entstehen erst durch Abweichungen vom optimalen Wachstumspfad.

Literatur

Acemoglu D.: Introduction to Modern Economic Growth. Princeton University Press, Princeton 2009.

Allais M. (1947) Économie et intérêt. 2. Aufl., Éditions Clément Juglar, Paris 1998.

Haykin S.: Adaptive Filter Theory. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey 1991.

Huth T.: Kapital und Gleichgewicht. Metropolis-Verlag, Marburg 1989.

Huth T.: Die Goldene Regel als Wettbewerbsgleichgewicht. Ein Versuch über Keynes. Duncker & Humblot, Berlin 2001.

Huth T. (2002) Zinssatz und Wachstumsrate in der Marktwirtschaft. Zeitschrift für Sozialökonomie 133, 7-13.

Irmen A. (2018) A Generalized Steady-State Growth Theorem. Macroeconomic Dynamics 22(4), 779-804.

Isidori A.: Nonlinear Control Systems. Springer-Verlag, Berlin 1989.

Lemmen M.: Über Relative und dynamische Systeme. Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 8, Nr. 711, VDI-Verlag, Düsseldorf 1998.

Löhr D. (1988) Zins und Wirtschaftswachstum. Zeitschrift für Sozialökonomie 79, 3-15.

Löhr D. (2000) Konsequente Neutralisierung der Liquiditätsprämie des Geldes – eine portfoliotheoretische Sichtweise. Zeitschrift für Sozialökonomie 124, 16-24.

Löhr D. (2010) Nullwachstum und Nullzins – Renaissance einer alten Idee. Zeitschrift für Sozialökonomie 166-167, 3-20.

Löhr D. & Jenetzky J.: Neutrale Liquidität. Zur Theorie und praktischen Umsetzung. Peter Lang Europäischer Verlag, Frankfurt 1996.

Lüke H.D.: Signalübertragung. Grundlagen der digitalen und analogen Nachrichtenübertragungssysteme. Springer-Verlag, Berlin 1990.

Nijmeijer H. & van der Schaft A.J.: Nonlinear Dynamical Control Systems. Springer-Verlag, Berlin 1990.

Olah N.: Das Reafferenzprinzip als Kompensationsstrategie in der Kybernetik. Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 8, Nr. 899, VDI-Verlag, Düsseldorf 2001.

Olah N., Huth T. & Löhr D. (2010) Geldpolitik mit optimaler Zinsstruktur. Zeitschrift für Sozialökonomie 164-165, 13-22.

Olah N. & Löhr D. (2015) Update des monetären Betriebssystems. Fairconomy 6.2, 12-15.

Phelps E.S. (1961) The golden rule of accumulation: a fable for grothmen. American Economic Review 51, 638-643.

Schwarz H.: Nichtlineare Regelungssysteme: Systemtheoretische Grundlagen. Oldenbourg Verlag, München 1991.

Solow R.M.: Wachstumstheorie. Vandenhoeck & Ruprecht, Göttingen 1971.

Stiglitz J.E. & Uzawa H. (Hg.): Readings in the modern theory of economic growth. MIT Press, Cambridge 1969.

Weizsäcker C.C. von: Wachstum, Zins und optimale Investitionsquote. Mohr, Tübingen 1962.

Widrow B. & Stearns S.D.: Adaptive signal processing. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey 1985.

Dr. Norbert Olah
Norbert.Olah@RuD.Info

Prof. Dr. Thomas Huth
Huth@uni.leuphana.de

Prof. Dr. Dirk Löhr
dr.dirk.loehr@googlemail.com